



地質資源 可以掌握嗎？不確定性分析

陳尚頴／國立成功大學資源工程學系 博士後研究員

徐國錦*／國立成功大學資源工程學系 教授

周子硯／國立成功大學資源工程學系 專題生

地質資源之掌握仰賴不確定性量化技術。本文提出了地質資源之分類與定義，並展示靜態與動態兩種不確定性分析範例。靜態分析範例以普通克利金法評估了地質空間資源—濁水溪沖積扇地區之地層下陷，量化了地下孔隙空間資源損失與其估算之不確定性。在動態地下水資源不確定性分析範例中，以蒙地卡羅模擬法結合系集卡門濾波器，量化動態地下水流數值模式的不確定性，並實現模式參數和狀態的即時更新。本文透過範例向讀者展示掌握地下資源之不確定性量化方法及其重要性。

前言

全球經濟局勢正受到當前國際政治和氣候變遷等因素的劇烈衝擊，因此有效地利用地質資源將成為穩定全球或個別經濟體系的必要環節^[1]。透過資源工程手段，我們可以增進瞭解並妥善運用地底下的固體資源、能源資源、流體資源和空間資源^[2]，這也是未來能夠實現能源轉型和永續發展的關鍵之一^[3]。根據這四大地質資源的分類，我們能夠進一步定義和盤點各種不同的地質資源。固體資源包括土壤、岩石、金屬礦物和非金屬礦物。流體資源包括地下水、石油和天然氣。能源資源則包括傳統的固體能源，如煤炭和鈾，流體能源如石油和天然氣，以及非傳統能源如甲烷水合物，還有以流體為載體的地熱能源。最後，還有一個非常廣泛應用但鮮為人所注意的地下空間資源，如二氧化碳地質封存、核廢料深地質處置、地下水資源儲存、集水廊道、天然氣與石油儲備、地下水抽蓄儲能、地質儲熱、地下儲氫或壓縮空氣等人造空間及天然孔隙空間的利用^[4]。

* 通訊作者，kchsu@mail.ncku.edu.tw

地質資源的利用範圍非常廣泛且多樣化。除了支撐現代社會文明所需的傳統固體和能源資源外，地下水資源、非傳統能源資源和空間資源預計將在未來極端氣候條件下逐漸成為最受重視的領域。利用地下空間儲存地下水能提供穩定的備援水資源。地熱具有穩定性高和佔地面積小等特點，適合取代傳統火力發電成為可再生的基載電力，從而減少碳排放。利用地下空間作為二氧化碳封存，將協助實現淨零碳排的目標；作為核廢料處置場，將保障生物圈的安全和永續；作為儲能空間進行季節性和大規模能源調度，將減緩風光電等間歇性能源帶來的能源安全衝擊。由此可見，地質資源將影響各種產業以及日常生活。然而，若想要掌握這些潛在的地質資源，必須瞭解如何量化地下資源評估之不確定性。

地質資源量化評估之不確定性最主要的來源為量測資料之空間稀缺性。舉例而言：地熱開發過程需要瞭解地底下的溫度在空間中的分布情形，但地下溫度之量測通常僅限於數個沿著鑽孔隨鑽深變化之溫度量測。即便鑽孔密度再高，也無法「以管窺天」全面性瞭解地底下每個位置點上之真實溫度分布。為了能夠

充分利用現有的觀測資料，空間估測如線性內插、反距離權重法等內插方法被廣泛的應用。而在資源工程慣例中，最常使用的內插方法為序率式的克利金法，克利金法為無母數的最佳無偏線性估測器，以半變差函數表達觀測資料在空間中分布的連續性，估測之結果包含估測平均值及估測變異數。以上述地熱溫度分布分析為例，克利金除了估測溫度分布之平均值外，還會計算該估測值之變異數，即表示估測不確定性。該不確定性在遠離資料處將上升，可以適當反映出內插結果在不同位置上之信心程度。這一類型直接內插空間變數之不確定性量化可以歸類為靜態地質資源不確定性量化，最常用於評估固體資源（如礦區品位評估）或空間資源（如孔隙流體儲存最大容量評估）。

除了直接內插空間變數所面臨的靜態不確定性之外，第二類為建構數值模式時由於參數空間估測之不確定性，將進一步衍生出的模式預測狀態值不確定性，稱為動態不確定性。動態不確定性之來源即為資料稀缺性，以及地質材料之天然異質性。例如：若要以數值模擬預測地下水污染之流速流向，必須設定水力傳導係數在不同數值網格上的變化，然而當水力傳導係數之估測本身具有不確定性時，模擬預測狀態值（如水頭或污染物濃度）結果之不確定性也應當被量化。量化動態不確定性最常見的方法為蒙地卡羅模擬法。蒙地卡羅法之步驟首先以地質統計方法如逐步高斯模擬法產生大量水力傳導係數可能的分布，每一個水力傳導係數配置都作為一個「實現場」的參數設定，經過等數量的數值模式前向模擬，計算出每一個不同水力傳導係數配置情境下狀態值預測為何，最後再將每一實現場狀態值統計，計算出平均值、變異數等統計動差，完成動態地質資源不確定性量化。蒙地卡羅模擬法之外，專家學者陸續發展出近似或強化運算效率的動差方程式方、或機率密度分布法，用以量化數值模式之動態不確定性。

動態不確定性分析對地質資源之掌握具有非常重要的意義，能提供決策者在資源管理或風險決策之基礎，不確定性之資訊還可進一步用於參數反算問題，甚至可結合資料同化工具（如系集卡門濾波器）整合即時資料，使數值模式中參數與狀態之準度或精度都能夠隨著資料之增加而提升。在有限的地下資料所提供的資訊內，最大程度的掌握地下流體資源（如氫氣採回收率評估）或能源資源（如地熱回注水冷鋒推進評估）。地

質資源之不確定性分析為跨學科的領域，涉及到地質統計學、偏微分數值計算方法、及資料同化技術。本文旨在透過範例展示不確定性分析之效果與衍生功用。本文接續的結構分為方法論、靜態不確定性分析範例、動態不確定性分析範例、與結論四個章節。

方法論

地質統計克利金內插方法（靜態分析）

想要掌握地質資源，必須先掌握其在地下空間中之分布情況。若地質資源的狀態或性質在空間中的變化在短時間尺度之內不會發生改變，我們可以將其定義為靜態區域化變量（regionalized variable），設法去描述一個無法直接觀測的空間狀態或參數在空間中的變異。在不可能全面取得地下量測資料的前提下，在資源工程領域中經常使用地質統計學中的克利金法，利用有限數量的量測資料來估測該區域化變量在整體空間中的分布。首先，第一步是要瞭解蒐集的資料組在空間中的連續性，利用半變差函數（semivariogram）計算並表示區域化變量之資料在空間所呈現出的變異程度^[5,6]，計算數學式為：

$$\gamma(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_i^{N(h)} [(Z(x_i) - Z(x_j))^2] \quad (1)$$

其中 $N(h)$ 為代表 h 向量下所可以採樣的總組數，上述公式所求得的為實驗變異函數（experimental variogram）。為了能將實驗變異圖以 h 的函數來表示，以利於克利金法的空間內差推估，因此常配上固定的數學模式進行擬合。如圖 1 所示，常用的擬合模式包含指數、高斯與球型等^[7,8]。而這些模型中包含的參

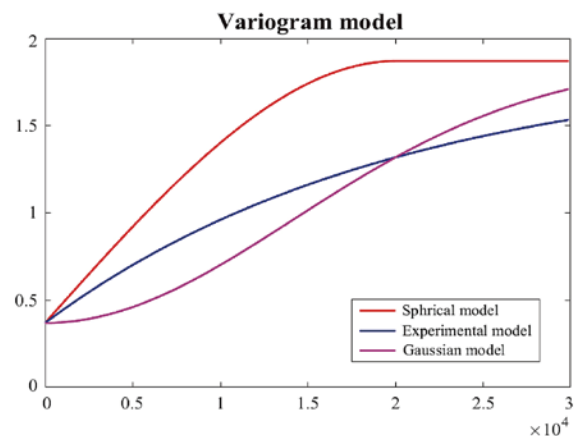


圖 1 不同的數學模型的理论變差圖

數有塊金值 (nugget)、門檻值 (sill) 以及影響範圍 (range)。當變異函數 $\gamma(h)$ 隨著距離 h 增加而增大，並逐漸逼近一定值，稱為門檻值，而逼進門檻值所對應的距離稱為影響範圍，表示空間中兩位置的距離小於影響範圍時，彼此間仍具有一定的空間相關性。至於變差函數與縱軸的截距則稱為塊金值，變異函數在 h 為於零時，其產生之不連續值使 $h = 0, \gamma(h) > 0$ 的這個現象稱為塊金效應，塊金效應可以解釋成量測誤差，或是參數中與空間不相關之隨機項。

普通克利金法 (ordinary kriging) 為一種最普遍的地質統計內插方法。將已知的觀測資料數值乘上相對應之權重，最後以線性疊加推估出未知位置點上之數值。搭配拉格朗日運算子以及最佳化的計算可以得到普通克利金系統 (如公式(2))。

$$\begin{bmatrix} \gamma(x_1 - x_1) & \dots & \gamma(x_1 - x_n) & 1 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \gamma(x_n - x_1) & \dots & \gamma(x_n - x_n) & 1 \\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \\ \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma(x_1 - x_0) \\ \vdots \\ \gamma(x_n - x_0) \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中 γ 為代入距離 h 為 $x_i - x_j$ 之理論半變差函數值， μ 為拉格朗日運算子。將 γ 及 h 代入公式(2)，即可計算出每一個別資料值之 λ 權重。最後將權重值代入公式(3)，即可求得估測值 $Z^*(x_i)$ 。

$$Z^*(x_0) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(x_i) \quad (3)$$

與其他內插方法如線性內插、反距離權重法相比，序率式的克利金法應用於地質資源掌握之特殊性為，其能夠提供內插的最佳無偏估測，且同時能量化出空間估測之不確定性。該不確定性以估測變異數表達，並透過半變差函數與權重計算，如公式(4)：

$$\sigma_{OK}^2 = \sum_{i=1}^n \lambda_i \gamma(h_{i0}) + \mu \quad (4)$$

計算出之變異數越高，表示在位置上距離觀測資料點越遠，我們對於內差點位的掌握度越低，不確定性越大。反之，則代表該處所估測出來的數值可靠度上升，由此可以判斷出該處之地質資源之可掌握程度較高。

數值模式不確定性量化及資料同化 (動態分析)

地質資源的評估，尤其是地下流體資源或能源資源，經常會使用數值模式運算模擬地下的動態變化。例如以各種數值方法 (有限差分法、有限元素法、無網格法) 求解動態異質異向地下水流控制方程式^[9]：

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial \phi}{\partial z} \right) = S_s \frac{\partial \phi}{\partial t} - Q_m \quad (5)$$

其中 K_x 、 K_y 、 K_z 為不同方向上的模式參數—水力傳導係數； ϕ 為數值模式輸出狀態—水力水頭； S_s 為比儲水係數； Q_m 為源匯項，代表抽水或注水。根據達西定律，我們可以知道水力水頭在空間中的起伏取決於水力傳導係數在空間中的變化。具體來說，在公式(5)中的 K_x 、 K_y 、 K_z 為空間變數，若在特定區域的水力傳導係數值較高，則該處水流通過之水力梯度較緩和，水力水頭變化較少。相同的道理，任何地質資源的數值模式建構都必須仰賴模式中參數的空間估測。然而，參數之設定不可避免地會遭遇到空間估測的不確定性，因此數值模式輸出之結果也帶有不確定性，應該適當地被量化。

數值模式之不確定性量化經常會使用一個以機率統計為基礎的方法—蒙地卡羅模擬法 (Monte Carlo simulation)。這個方法得名於蒙地卡羅賭場，因為在模擬過程中使用了隨機亂數，去模擬賭博裡的運氣成分。蒙地卡羅模擬的基本概念是通過隨機抽樣的方式，在問題的參數空間中生成大量的隨機樣本，然後根據這些隨機樣本的模擬結果 (稱為實現場) 來進行統計分析。蒙地卡羅模擬法的可靠性和準確性取決於所生成的隨機樣本數量和質量。地下水流數值模式的蒙地卡羅模擬一般步驟如下^[9]：

1. 確定模擬參數：根據地下水流數值模式，確定需要考慮的參數和邊界條件。這些參數可能包括水文地質特性如孔隙率、滲透率等。
2. 確定參數分佈：為每個模擬參數和邊界條件，根據現有數據或專家知識，確定其機率分佈。這些分佈可以是均勻分佈、高斯分佈等。
3. 生成隨機參數組合：使用隨機數生成器，根據確定的參數分佈，生成大量的隨機參數組合。在水文地質模式中，最常使用之方法為地質統計學中的逐步高斯模擬法 (sequential Gaussian simulation)。
4. 運行數值模式：將每個隨機參數組合代入地下水流數值模式，進行求解控制方程式的計算，獲得多個模擬結果稱為實現場。數值方法可以為有限差分法、有限元素法、無網格法等各種方法。
5. 統計分析：對所有模擬結果進行統計分析，計算每個點位的地下水位等變量的機率分佈，得到水力水頭之不確定性分佈圖。

動態不確定性分析提供更全面和可靠的地下資源不確定性評估，使決策者能夠在具備可信度和風險知識的情況下瞭解地下資源的狀態，做出更加永續、更加符合經濟效益的重要工程決策^[10]。

不確定性分析之貢獻除了上述能提供地質資源掌握度評估之外，動態不確定性量化在近年更進一步促成了數值模式的資料同化技術。地下資源之數值模式參數，經常透過反向演算（inverse modeling）的計算獲得，意即使用模式輸出變量的真實量測資料，修正模式輸入之參數數值，用以提升模式預測的精確度。這類反算技術基本上都建構於動態不確定性分析。例如近年開始普及的系集卡門濾波器（ensemble Kalman filter）方法^[11]，即是結合蒙地卡羅模擬法與貝氏更新的精神設計。首先透過比較資料或模式之不確定性，計算出卡門增益（Kalman gain）：

$$\mathbf{G} = \Sigma_{ss}^f \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \Sigma_{ss}^f \mathbf{H}^T + \Sigma_{dd})^{-1} \quad (6)$$

其中 Σ_{ss} 為動態不確定性分析獲得之模式不確定性； Σ_{dd} 為新增資料之不確定性； \mathbf{H} 為對角線元素為 1 或 0 的觀測矩陣。計算獲得卡門增益後，即可用以更新模式之參數與狀態：

$$\mathbf{s}^u = \mathbf{s}^f + \mathbf{G} (\mathbf{d} - \mathbf{H}\mathbf{s}^f) \quad (7)$$

蒙地卡羅模擬的應用使得我們能夠量化具不確定性參數對模式輸出之可靠度影響。這種評估不僅對於科學研究具有重要價值，在地下資源實務工程與管理等實際應用中扮演關鍵角色。另外，蒙地卡羅模擬還可以延伸應用至資料同化技術中，用於整合新增資料，改進模擬結果的精度與準度。這些方法的進一步發展和應用將有助於更好地瞭解地下資源系統的動態行為。

靜態不確定性分析範例

本文展示的第一個範例為靜態地下空間資源之估測不確定性分析。臺灣中部濁水溪沖積扇為台灣重要的農漁業生產區，也是臺灣地層下陷最為嚴重的區域之一。地層下陷的主因來自於地下水的超抽，導致含水層系統內有效應力的增加，土體顆粒的壓縮導致地表的陷落。雖緩慢的地層下陷可能不會造成立即的危險性，但長年持續性的下陷代表著地下孔隙空間的不斷損失，將使地下水補注填充之孔隙空間縮小，導致

地下水資源的枯竭，間接地對擁有大量水資源需求的農漁業造成衝擊。

地下的孔隙空間資源損失量，可以透過地表變化量來估算。近年來多種監測方式被應用在監測地層下陷，包含水準測量（spirit leveling）、全球定位系統（GNSS leveling）等方式^[12]。本文選用單一年（2019 ~ 2020）的水準高程量測值進行濁水溪沖積扇的地層下陷，水準測量或稱逐差水準測量（differential leveling survey）是利用水準儀後視與前視觀測水準尺讀數，讀取後計算可以得到兩點的高程差，並將欲觀測的區域布置水準樁位，並建立水準測線網絡，於現地進行水準高程差的測量後至內業將設計好的水準網絡，進行閉合差的檢合，確定同一個路線形成一個閉合圈時，觀測的高程差必須接近零。經過上述的檢合以及平差計算後，將控制點的高程帶入便能得到各樁位的高程值。

水準高程測量位置如下圖 2 所示，水準高程測量資料位置空間密度較高，共有 773 筆垂向位移資料。雲林與彰化地區之水準高程測量於每年五月份進行一次完整人工測量，圖 3 紅色方塊點為實驗變差圖，黑色線段為擬合後的球型理論變差圖。

經由上述的理論變差函數的取得後，帶入普通克利金的系統中便能求得下陷量於濁水溪沖積扇中空間分佈的情形，結果如圖 4 所示，可以觀察到顏色越接近藍色則代表下陷量越大的區域，垂向的縮減也表示空間損失的增加，其中紅色的等值線框住之區域則代表水利署所公告下陷量達每年 3 公分標準之嚴重下陷區域，主要分佈於雲林縣濁水溪扇央處的土庫鎮、虎尾鎮、元長鄉等地方。2019 ~ 2021 地質空間損失計算結果為 6,988 萬立方公尺，相當於 0.14 座曾文水庫的有效容量。普通克利金除了能夠進行空間內插，也能夠計算克利金變異數（kriging variance）來代表內差點位的估測不確定性，由圖 5 所示，可以觀察到接近水準測量點位的估測不確定性越小，遠離則估測不確定性增加。但由於水準觀測點位數量多，且分佈密集，因此整體估測的不確定性仍較低，可以看到整體色塊顏色偏淡，於在資料點分佈路線上有明顯的降低，而在水準樁位上的估測不確定性為零。

本範例透過普通克利金的方法，對濁水溪沖積扇的地層下陷進行了地下孔隙空間資源的估測和不確定性分

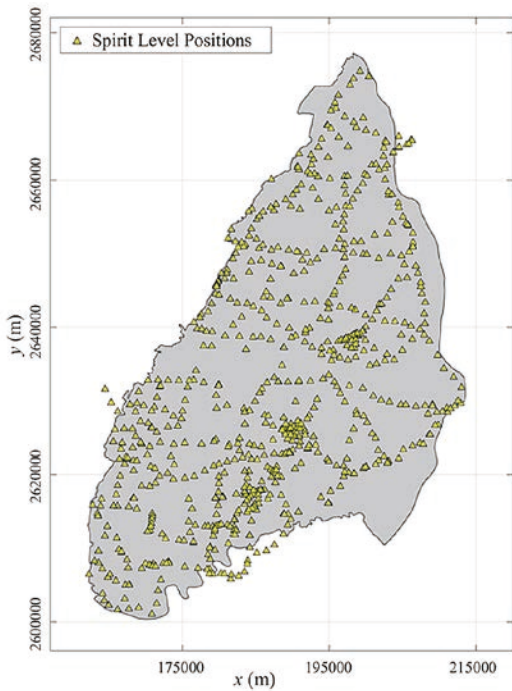


圖 2 濁水溪沖積扇水準資料點位置

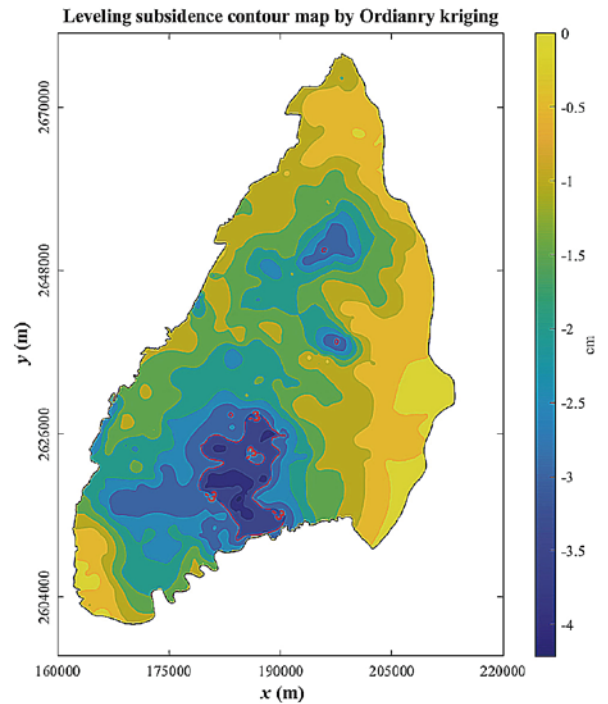


圖 4 水準測量地層下陷普通克利金內插等值圖

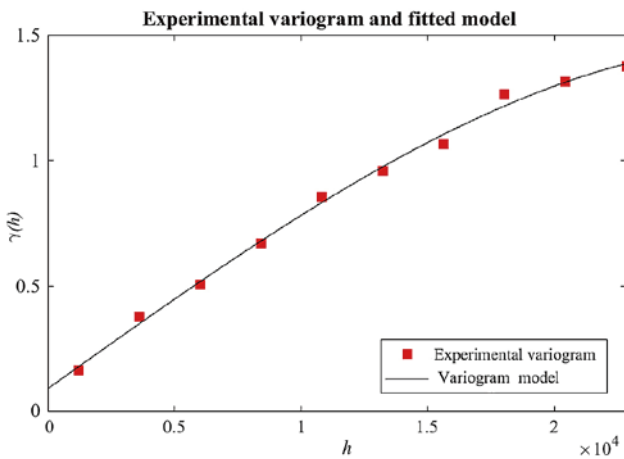


圖 3 水準測量下陷量理論變差圖擬合結果

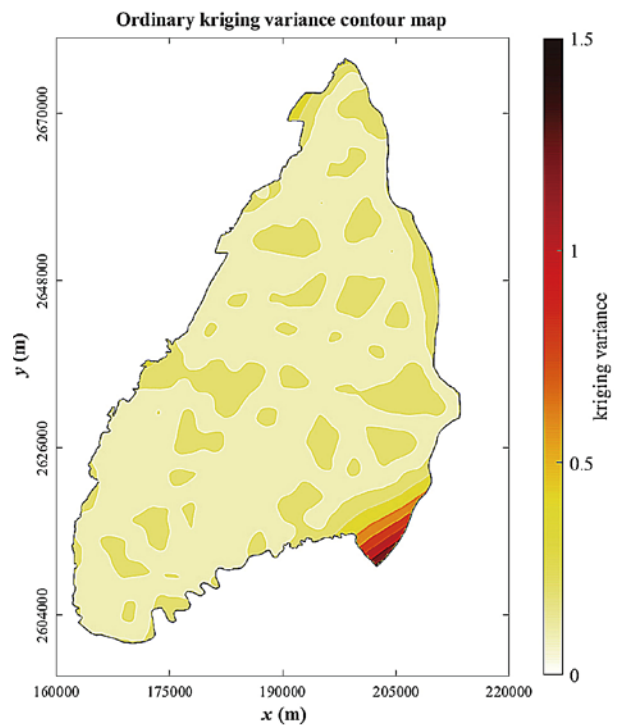


圖 5 水準測量地層下陷普通克利金內插變異數等值圖

析。長期的地層下陷現象對於農漁業生產所需的地下水資源供應造成了間接的衝擊。透過水準高程測量資料，建立了地表高程變化資料的理論變差圖，分析資料之空間連續性，內插得到不同區域的下陷量分佈情況。普通克利金的空間內插方法，不僅提供了詳細的下陷量分佈圖，還能計算估測不確定性，顯示了不同位置的估測信心水準。由於水準觀測點位較多且分佈密集，整體估測的不確定性相對較低。靜態不確定性分析量化了空間資源損失評估的可靠度，有助於相關單位掌握該地區地下孔隙空間資源管理，制定地下資源管理和保護策略，確保農漁業生產的永續發展和地下水資源的合理利用。

動態不確定性分析範例

本節展示一個地下資源動態不確定性分析的範例，以蒙地卡羅模擬法量化地下水流數值模式預測值之變異數，即不確定性，以評估地下水流之掌握程度。本節首先創造一個假設問題，透過逐漸蒐集到的

資料，不斷更新一個在不規則含水層邊界中的數值模擬模式。在假設問題的背景真實場中，以逐步高斯模擬法創造異質水力傳導係數的分佈，假設抽水井的位置、抽水量於時間，並以單純的前向模擬計算出暫態水頭隨時間變化的背景真實場。再假設水力傳導係數採樣蒐集和水位觀測，作為逐日的資料組被整合進不確定性量化及資料同化的數值模式中，並動態地量化準度和精度的變化。本文中的數值方法選用無網格法（逐步高斯模擬法）以適應不規則的邊界。

背景真實場

背景真實場之假想不規則含水層邊界如圖 6(a)，該邊界為輕微的凹形 (concave)。前向數值模擬使用無網格法布點，紅點為定水頭邊界，藍點為無流動邊界，灰色點為內部計算點，方形為抽水井位置。圖 6(b) 為逐步高斯模擬法以影響範圍為 500 公尺而基台值為 1 的共變異數函數連續性所產生出的水力傳導係數背景真實場，圖中呈現為取自然對數轉換之數值，產生出之水力傳導

係數數值範圍接近礫石與砂之水力傳導係數。抽水井運轉時間與抽水速率如圖 7。暫態數值模式之初始條件為相同邊界條件下但不包含抽水影響的穩態模擬結果。開始模擬後，總共有五口抽水井，各自有不同的抽水速率，模擬之時間步距為 6 小時，模擬時間總長度總共為 28 天。在抽水井的擾動下，水力水頭之背景真實場隨時間變動，時間為第 0 天、第 5 天、第 15 天、第 28 天之水力水頭等值圖繪如圖 8。

採樣觀測資料

數值模式中一開始僅有五個抽水井位置上量測的水力傳導係數值，如圖 9(a) 紅色實心菱形標記，隨後自第 1 日起直到第 17 日每天採樣兩筆水力傳導係數，位置如圖 9(a) 空心菱形所標記，總共採樣 31 筆水力傳導係數。而水力水頭觀測如圖 9(b) 所示，在抽水井位置上始終有水力水頭的監測，自第 15 日開始每日增加兩口觀測井直到第 21 日，最終總共設置 19 處水頭觀測。從背景真實場量測到的水頭觀測紀錄如圖 10 所

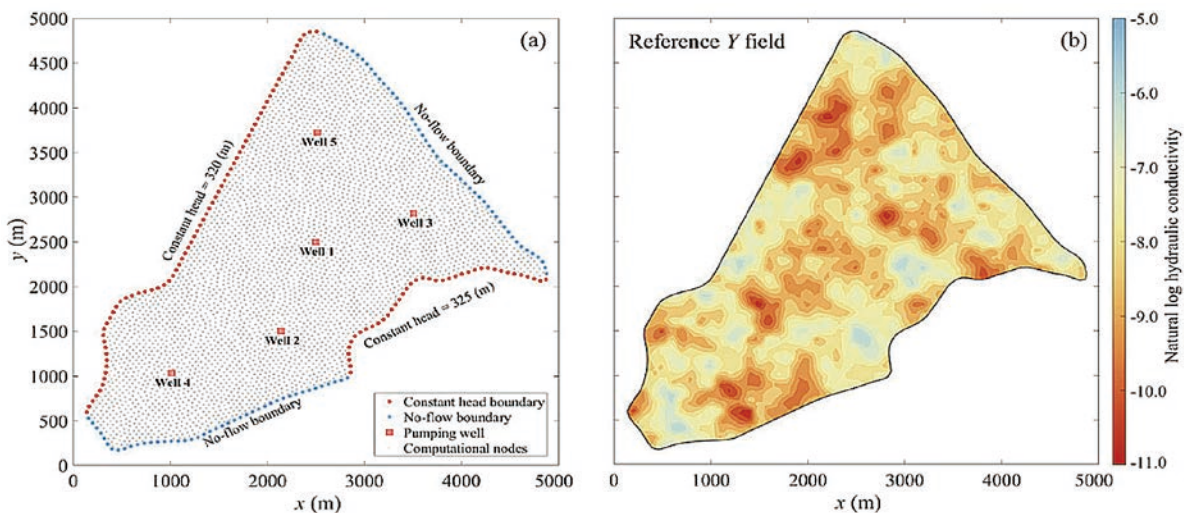


圖 6 (a) 含水層邊界條件與計算布點及 (b) 水力傳導係數背景真實場 [13]

Pumping well name	Time (day)																													
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	
Well 1 (100 CMD)	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing
Well 2 (350 CMD)	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing
Well 3 (500 CMD)	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing
Well 4 (80 CMD)	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing
Well 5 (200 CMD)	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing	Producing

CMD: cubic meter per day Producing Shut-in

圖 7 抽水井操作時間表 [13]

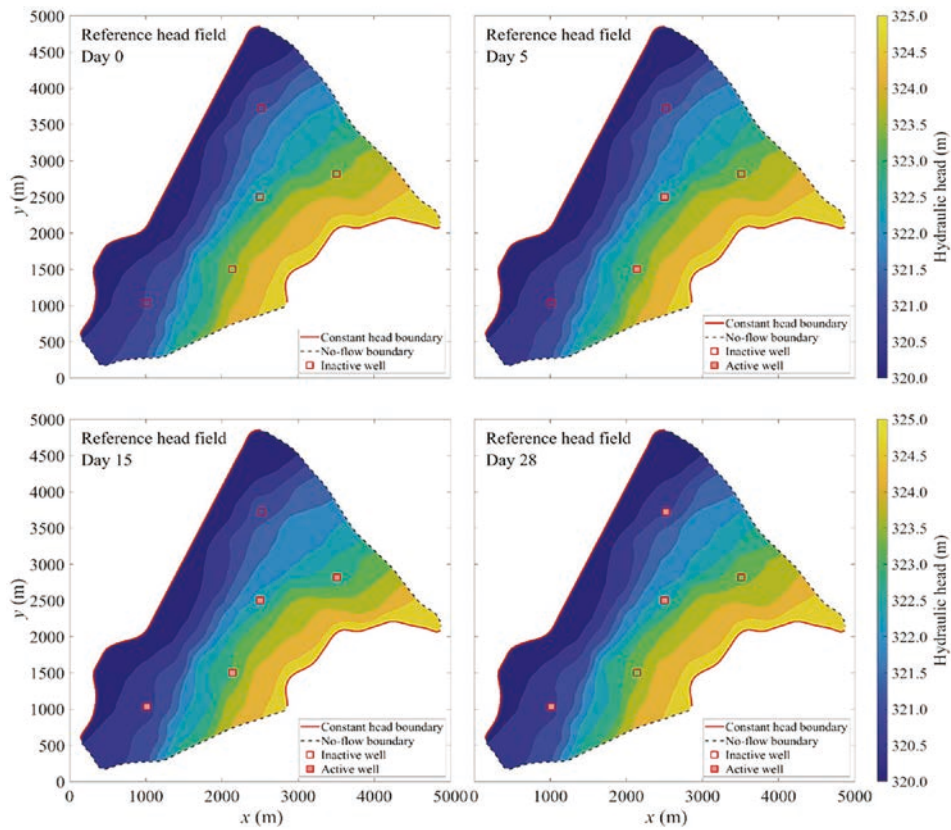


圖 8 水力水頭背景真實場 [13]

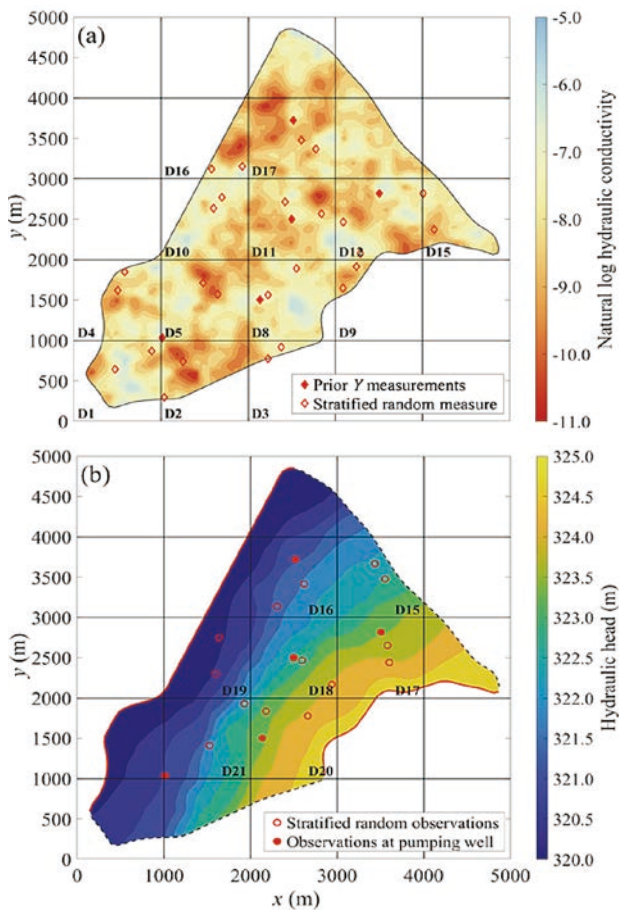


圖 9 (a) 水力傳導係數採樣及 (b) 水力水頭觀測位置與時間順序 [13]

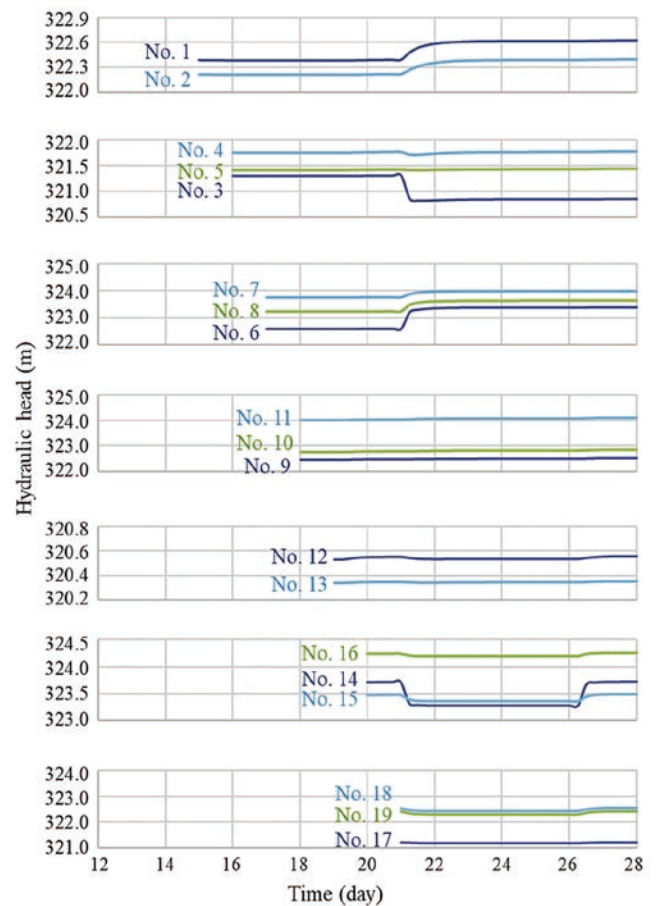


圖 10 水力水頭觀測資料紀錄 [13]

示，資料在不同時間點開始加入，水位變化反映出抽水井擾動下含水層的變化，透過資料同化技術便可掌握地下水孔隙介質之參數。

數值模式預測之不確定性量化與資料同化

假設邊界條件及抽水條件已知，數值模式中之參數輸入首先以五筆抽水井位置上的水力傳導係數作為條件化資料，透過逐步高斯模擬法計算得數萬場實現場，分別進行前向模擬，經統計計算可以得到參數與狀態之系集平均值與共變異數，代表模式之蒙地卡羅不確定性量化。若有新增資料取得，可代入系集卡門濾波器中，以卡門增益修正更新參數與狀態之平均值與共變異數。

圖 11 為模式參數更新之結果。圖 11(a) 為水力傳導係數估測之平均值，圖 11(b) 為水力傳導係數平均值之誤差，圖 11(c) 為水力傳導係數估測變異數，即模式參數之不確定性。在進行資料同化的過程中，從第 15 天到第 28 天，系集卡門濾波器進行了水力水頭的更新，更新其平均值和共變異數，同時在每次前向模擬中最佳化水力傳導係數的平均值和共變異數。儘管在第 17 天後停止新增水力傳導係數資料，但水位資料反向建構了水力傳導係數平均值的區域空間變異性，使其更加細緻（如圖 11(a)）。估計的水力傳導係數值的誤差逐步減小（圖 11(b)）。資料同化後的新水力傳導係數和水頭資料可以即時量化水力傳導係數的不確定性（圖 11(c)）。在資料位置附近的不確定性減量最為突出。由此可見模式參數經過將動態資料整合進模式當中，其準度與精度皆有顯著的提升效果。

隨著資料不斷融合進數值模式中，在水力傳導係數平均值校正期間，水頭平均估計值也會發生變化。圖 12(a) 顯示了第 7 天、第 14 天、第 21 天和第 28 天的瞬時平均水頭估計值。資料同化從第 15 天到第 28 天的水頭資料減少了平均水頭估計值和背景參考場之間的誤差（圖 12(b)）。水頭估測不確定性在資料同化的過程中持續減小（圖 12(c)）。結果顯示，結合蒙地卡羅模擬法與系集卡門濾波器，可以進行動態地下資源之不確定性量化，掌握數值模擬之準度和精度。

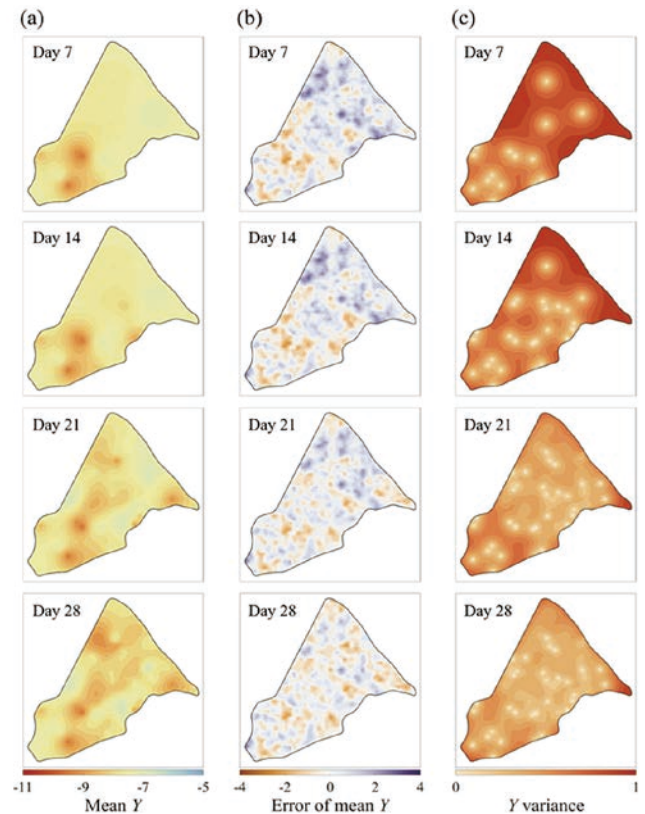


圖 11 參數之 (a) 系集平均、(b) 平均誤差、及 (c) 動態不確定性分析^[13]

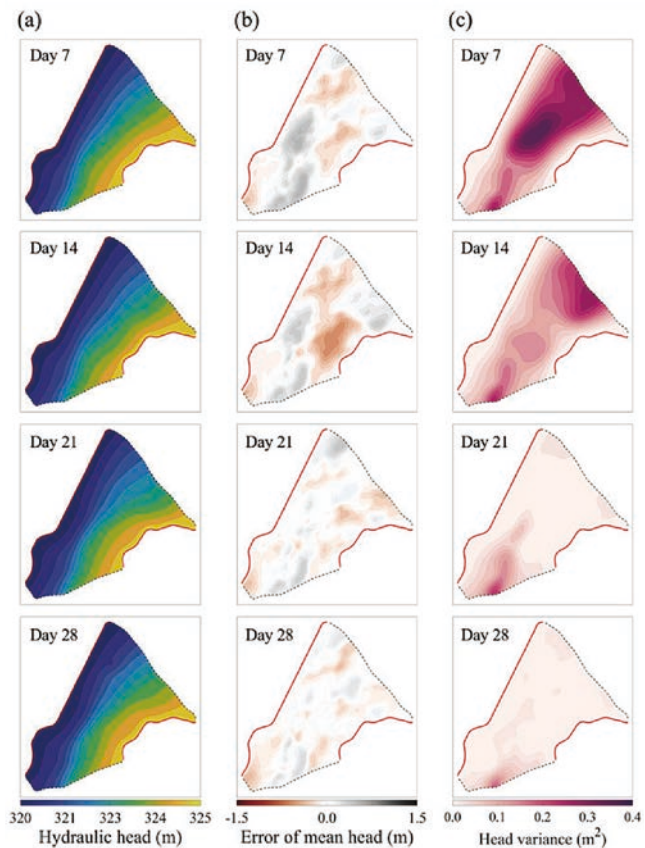


圖 12 狀態之 (a) 系集平均、(b) 平均誤差、及 (c) 動態不確定性分析^[13]

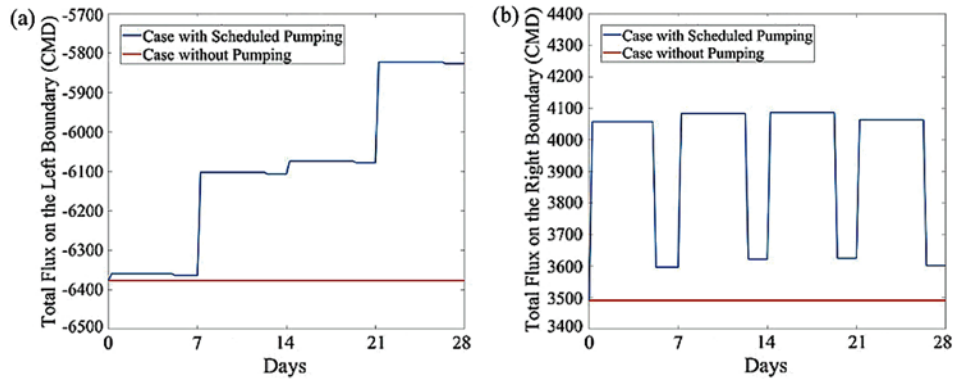


圖 13 (a) 下游定水頭邊界之通量與 (b) 上游邊界定水頭邊界之通量

含水層水資源進出量動態變化

透過資料同化即時更新得到最佳參數場後，便可根據工程或管理需求，以更新後之模式執行運算進行地下水資源量之評估。例如本範例中，可以計算定水頭邊界法線方向上之水頭梯度，再利用達西公式分析水流進出之通量。舉例而言，可以分析抽水井依照圖 7 抽水操作的情境，或含水層不受抽水井擾動的情境，來比較抽水行為對於進出水量有何影響。本案例分析結果如圖 13，圖中通量正值為水資源流入含水層，負值為水資源流出含水層。可以看出當抽水開始操作，由於抽水造成水力梯度之改變，在上游定水頭邊界流入含水層之通量增加，而下游定水頭邊界流出量有顯著減少。透過模擬將對掌握動態流體資源非常有助益。

結論

本文提出了地質資源之種類與定義，並以不確定性量化方式瞭解地質資源。本文旨在介紹不確定性分析在地下資源研究中的實務應用，以靜態和動態兩類範例展示其重要性和效果。在靜態不確定性分析範例中，我們利用普通克利金法對濁水溪沖積扇地區的地層下陷進行了評估，並展示了地層下陷在空間的分布與其內插的不確定性，而地層下陷量增加也表示地質空間資源損失量增加，這有助於地下資源管理和保護策略的制定，確保農漁業生產的永續發展和地下水資源的合理使用。在動態不確定性分析範例中，我們展示了蒙地卡羅模擬法和系集卡門濾波器的結合，用於量化動態地下水流數值模式的預測不確定性。不確定性量化搭配資料同化技術，能夠動態更新地下水流模式參數與狀態，並即時量化更新後之模式精準度，提供地下水資源評估。不確定性量化技術在地下資源管理和決策中具有重要意義，有助於更好地掌握地質資源系統的靜態現象或動態行為。

參考文獻

1. Viswanathan, H.S., Ajo-Franklin, J., Birkholzer, J.T., Carey, J.W., Guglielmi, Y., Hyman, J.D., Karra, S., Pyrak-Nolte, L.J., Rajaram, H., Srinivasan, G., and Tartakovsky, D.M. (2022). "From fluid flow to coupled processes in fractured rock: Recent advances and new frontiers," *Reviews of Geophysics*, **60**(1), e2021RG000744.
2. Shrivastava, K.L. and Kumar, A. (2014). *Geo-Resources*, Scientific Publishers, Jodhpur, India.
3. Younger, P.L. (2014). "Hydrogeological challenges in a low-carbon economy," *Quarterly Journal of Engineering Geology and Hydrogeology*, **47**, 7-27.
4. Matos, C.R., Carneiro, J.F., and Silva, P.P. (2019). "Overview of large-scale underground energy storage technologies for integration of renewable energies and criteria for reservoir identification," *Journal of Energy Storage*, **21**, 241-258.
5. Matheron, G. (1971). "The theory of regionalized variables and its applications," *Les Cahiers du Centre de Morphologie Mathematique*, **5**, Foutainebleau, France.
6. McGrath, D., Zhang, C., and Carton, O.T. (2004). "Geostatistical analyses and hazard assessment on soil lead in Silvermines area, Ireland," *Environmental Pollution*, **127**(2), 239-248.
7. Bárdossy, A. (1997). *Introduction to Geostatistics*, Institute of Hydraulic Engineering, University of Stuttgart.
8. De Marsily, G. (1986). *Quantitative Hydrogeology*. Paris School of Mines, Fontainebleau.
9. Chen S.-Y., Hsu, K.-C., and Fan, C.-M. (2021). "Improvement of generalized finite difference method for stochastic subsurface flow modeling," *Journal of Computational Physics*, **429**, 110002.
10. Chen, S.-Y., Wei, J.-Y., and Hsu, K.-C. (2023). "Data assimilation for real-time subsurface flow modeling with dynamically adaptive meshless node adjustments," *Engineering with Computers*, Accepted.
11. Panzeri, M., Riva, M., Guadagnini, A., and Neuman, S.P. (2015). "EnKF coupled with groundwater flow moment equations applied to Lauswiesen aquifer, Germany," *Journal of Hydrology*, **521**, 205-216. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2014.11.057>
12. Hung, W.C., Hwang, C., Chang, C.P., Yen, J.Y., Liu, C.H., and Yang, W.H. (2010). "Monitoring severe aquifer-system compaction and land subsidence in Taiwan using multiple sensors: Yunlin, the southern Choushui River Alluvial Fan," *Environmental Earth Sciences*, **59**(7), 1535-1548.
13. Chen, S.-Y. (2022). *Data Assimilation for Real-Time Subsurface Flow Modeling with Dynamically Adaptive Meshless Node Adjustments*, Ph.D. Dissertation, National Cheng Kung University. 